Ученый секретарь Меренкова Л.К.

Технические науки

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ В ФОРМЕ «ВХОД – ВЫХОД»

Оморов Т.Т. [1], Курманалиева Р.Н. [1], Осмонова Р.Ч. [1]

1. Национальная академия наук Кыргызской Республики

Резюме:

Рассматривается линейный стационарный объект управления, модель которого задается линейным дифференциальным или разностным уравнением с точностью до неизвестных параметров. Считается, что на основе эксперимента получены данные «вход–выход». Задача состоит в идентификации параметров заданного уравнения, обеспечивающих достаточную близость выходных переменных управляемого объекта и его модели. Для решения сформулированной задачи вводится штрафная функция, определяемая нормой ошибки идентификации. Предложено новое критериальное соотношение, гарантирующее достижение цели идентификации. На основе указанного соотношения исходная задача сводится к минимизации штрафной функции в пространстве параметров модели объекта. При этом используется схема настраиваемой модели, а также получены дифференциальные уравнения самонастройки (адаптации) параметров. В качестве оценки искомых параметров используются установившиеся решения уравнений адаптации.

Ключевые слова: объект управления, модель объекта, параметрическая идентификация, критериальное соотношение, алгоритм идентификации

Библиографическая ссылка

Оморов Т.Т., Курманалиева Р.Н., Осмонова Р.Ч. ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ В ФОРМЕ «ВХОД – ВЫХОД» // Автоматизация и управление в технических системах. – 2016. – № 1;
URL: auts.esrae.ru/18-363 (дата обращения: 30.05.2019).

УДК 681.5

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЕМОЙ СИСТЕМЫ В ФОРМЕ «ВХОД – ВЫХОД»

Оморов Туратбек Турсунбекович, *д-р техн. наук, член-корр., зав.лабораторией, Национальная академия наук Кыргызской Республики, E-mail: omorovtt@mail.ru.*

Курманалиева Роза Насбековна, *канд. техн. наук, доцент, Национальная академия наук Кыргызской Республики, E-mail: nas.roza@mail.ru.*

Осмонова Рима Чынарбековна, *млад.науч.сотр, Национальная академия наук Кыргызской Республики, E-mail: r.osmonova@mail.ru.*

Аннотация: Рассматривается линейный стационарный объект управления, модель которого задается линейным дифференциальным или разностным уравнением с точностью до неизвестных параметров. Считается, что на основе эксперимента получены данные «вход–выход». Задача состоит в идентификации параметров заданного уравнения, обеспечивающих достаточную близость выходных переменных управляемого объекта и его модели. Для решения сформулированной задачи вводится штрафная функция, определяемая нормой ошибки идентификации. Предложено новое критериальное соотношение, гарантирующее достижение цели идентификации. На основе указанного соотношения исходная задача сводится к минимизации штрафной функции в пространстве параметров модели объекта. При этом используется схема настраиваемой модели, а также получены дифференциальные уравнения самонастройки (адаптации) параметров. В качестве оценки искомых параметров используются установившиеся решения уравнений адаптации.

Ключевые слова: объект управления, модель объекта, параметрическая идентификация, критериальное соотношение, алгоритм идентификации

Введение. Идентификация объектов является одним из важных этапов при создании систем автоматического управления. В рамках теории идентификации к настоящему времени разработано большое количество методов и алгоритмов построения математических моделей динамических систем. Среди них наиболее широко используются классические методы [1-3], градиентные алгоритмы [2,3], стохастическая аппроксимация, метод максимального правдоподобия [3] и спектральные методы [4]. Несмотря на это проблема синтеза эффективных методов построения моделей объектов управления остается актуальной задачей и в настоящее время. В работе предлагается новый алгоритм параметрической идентификации линейной модели объекта управления в форме «вход – выход» с использованием экспериментальных данных.

Постановка задачи. Будем считать, что структура модели объекта управления известна, которая задается в форме «вход - выход»:

$$\sum_{i=0}^{n} a_i y^{(n-i)}(t) = \sum_{v=0}^{m} b_v u^{(m-v)}(t), \qquad (1)$$

где *u(t)* и *y(t)* – входная и выходная переменные модели объекта соответственно; a_i, b_v – вещественные параметры объекта, которые образуют -мерный вектор – параметр $p = [p_1, \ p_2, \dots, p_\mu] \ = [a_1, a_2, \dots, a_n, b_0, b_1, \dots, b_m]$, $\mu = n + m + 1$; *n* и *m* – порядки дифференциальных операторов левой и правой частей уравнения (1). Предполагается, что *n*>*m* и a_0=1.

Допустим, что экспериментальным путем в дискретные моменты времени $t_k = k\Delta\mathrm{t}$ получены данные «вход - выход»:

$$y^*(k) = y^*(k\Delta\mathrm{t}), \qquad (2)$$

$$u^*(k) = u^*(k\Delta\mathrm{t}), \qquad \mathrm{k} = \overline{0, N},$$

где Δt – шаг дискретизации по времени; *N*+1 – количество точек дискретизации (объем выборки).

Задача идентификации состоит в определении такого вектор – параметра $p^* = [p_1^*, \ p_2^*, \dots, p_\mu^*] = \ [a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*, b_0^*, b_1^*, \dots, b_m^*]$, обеспечивающего достаточную близость переменной *y*(*t*) модели (1) и выхода объекта $y^*(t_k)$ в дискретные моменты времени $t_k = k\Delta\mathrm{t}$.

Решение задачи параметрической идентификации. Для этой цели вначале выполним аппроксимацию дифференциального уравнения (1) с использованием конечных разностей. В результате получим следующее разностное уравнение:

$$y(k) + \alpha_1 y(k-1) + \alpha_2 y(k-2) + \cdots + \alpha_n y(k-n) \ =$$

$$= \eta_0 u(k) + \eta_1 u(k-1) + \cdots + \eta_m u(k-m). \qquad (3)$$

Введем -мерный вектор – параметр q, состоящий из параметров уравнения (3):

$$q = [q_1, q_2, \dots, q_\mu] = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \eta_0, \eta_1, \dots, \eta_m],$$

где $q_r = \begin{cases} \alpha_{r-1}, & \text{если } r \le n, \\ \eta_{r-n-1}, & \text{если } r \ge n+1, \end{cases} \qquad r = \overline{1,\mu}.$

При заданных n и m между элементами векторов p и q существует функциональная зависимость:

$$q_r = F_r(p), \qquad r = \overline{1,\mu}. \qquad (4)$$

Наличие соотношений (4) дает возможность исходную задачу идентификации решать в два этапа. На первом этапе ищутся параметры модели (3), т.е. вектор $q^* = [\alpha_1^*, \alpha_2^* \dots, \alpha_n^*, \eta_0^*, \eta_1^*, \dots, \eta_m^*]$, а на втором - на основе соотношений (4) определяется искомый вектор $p^* = [p_1^*, p_2^*, \dots, p_\mu^*] = [a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*, b_0^*, b_1^*, \dots, b_m^*]$ исходной модели (1).

Рассмотрим решение задачи определения вектора q^*. Пусть качество идентификации оценивается штрафной функцией $I_1 = I_1(q)$. В процессе идентификации последняя будет изменяться во времени t, т.е. $I_1 = I_1(t) = I_1[q(t)]$, так как при этом будет варьироваться элементы вектора q $(q = q(t))$. Рассмотрим функцию [5]

$$J_1(t) = \int_{t_0}^{t} I_1(\tau)\dot{I}_1(\tau)d\tau. \qquad (5)$$

Путем интегрирования правой части (5) получаем следующее выражение для штрафной функции:

$$J_1(t) = \int_{t_0}^{t} I_1(\tau)\dot{I}_1(\tau)d\tau = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t} \frac{dI^2(\tau)}{d\tau}d\tau = \frac{1}{2}[I_1^2(t) - I_1^2(t_0)]. \qquad (6)$$

Допустим, что для всех t и $t_0 < t$ обеспечивается выполнение условия:

$$J_1(t) < 0. \qquad (7)$$

При выполнении функционального неравенства (7) штрафная функция $I_l(t)$ с течением времени убывает, т.е.

$$I_1^2(t) < I_1^2(t_0), \quad (8)$$

что следует из соотношения (6).

Таким образом, справедлива следующая теорема.

Теорема. Пусть $I_1(t_0) \neq 0$. Тогда, если для каждого t и $t_0 < t$ выполняется соотношение

$$\int_{t_0}^{t} I_1(\tau)\dot{I}_1(\tau) < 0, \quad (9)$$

то штрафная функция $I_1(t)$ убывает во времени и

$$\lim_{t\to\infty} I_1(t) = I_1(q^*). \quad (10)$$

Таким образом, проблему идентификации модели неизвестного объекта можно свести к задаче поддержания соотношения (9). При этом выполнение критериального условия (9) гарантирует сходимость итерационной процедуры поиска вектор-параметра q^*. Теперь рассмотрим применение сформулированной теоремы для нахождения последнего. Для этой цели разностное уравнение (3) запишем в виде

$$y(k) = -[\alpha_1 y(k-1) + \alpha_2 y(k-2) + \cdots + \alpha_n y(k-n)] +$$
$$+\eta_0 u(k) + \eta_1 u(k-1) + \cdots + \eta_m u(k-m). \quad (11)$$

Введем невязки:

$$e_k = y^*(k) - y(k), \qquad k = \overline{0,N}, \quad (12)$$

которые определяют ошибки идентификации в дискретные моменты времени $t_k = k\Delta t$.

Оценку качества идентификации будем осуществлять используя штрафную функцию:

$$I_1(q) = \sum_{k=0}^{N} e_k^2(q). \quad (13)$$

Ее производная по времени

$$\dot{I}_1(t) = 2\sum_{k=0}^{N} e_k(t)\dot{e}_k(t), \qquad (14)$$

где производные $\dot{e}_k(t)$ на основе выражений (12) имеют вид

$$\dot{e}_k(t) = \sum_{i=1}^{n} y^*(k-i)\dot{\alpha}_i(t) - \sum_{\nu=0}^{m} u^*(k-\nu)\dot{\eta}_\nu(t), \qquad k = \overline{0,N}, \qquad (15)$$

С учетом (14) и (15) критериальная функция принимает следующий вид:

$$J_1(t) = \int_{t_0}^{t} I_1(\tau)\left\{2\sum_{k=0}^{N} e_k(\tau)\left[\sum_{i=1}^{n} y^*(k-i)\dot{\alpha}_i(\tau) - \sum_{\nu=0}^{m} u^*(k-\nu)\dot{\eta}_\nu(\tau)\right]\right\}d\tau =$$

$$= \int_{t_0}^{t} I_1(\tau)\left\{\sum_{i=1}^{n}\left[2\sum_{k=0}^{N} e_k(\tau)y^*(k-i)\right]\dot{\alpha}_i(\tau) - \sum_{\nu=0}^{m}\left[2\sum_{k=0}^{N} e_k(\tau)u^*(k-\nu)\right]\dot{\eta}_\nu(\tau)\right\}d\tau.$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \beta_i(t) &= 2\sum_{k=0}^{N} e_k(t)y^*(k-i), \qquad i = \overline{1,n}, \\ s_\nu(t) &= -2\sum_{k=0}^{N} e_k(t)u^*(k-\nu), \qquad \nu = \overline{0,m}, \end{aligned} \qquad (16)$$

Теперь с учетом (16) критериальная функция

$$J_1(t) = \int_{t_0}^{t} I_1(\tau)\left\{\sum_{i=1}^{n} \beta_i(\tau)\,\dot{\alpha}_i(\tau) + \sum_{\nu=0}^{m} s_\nu(\tau)\dot{\eta}_\nu(\tau)\right\}d\tau\,. \qquad (17)$$

Далее потребуем, чтобы динамика параметров $\dot{\alpha}_i(t)$ и $\dot{\eta}_\nu(t)$ подчинялась следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_i(t) &= \gamma_i\beta_i(t)I_1(t), \qquad i = \overline{1,n}, \\ \dot{\eta}_\nu(t) &= \xi_\nu s_\nu(t)I_1(t), \qquad \nu = \overline{0,m}. \end{aligned} \qquad (18)$$

где γ_i, ξ_i – неизвестные пока вещественные параметры.

С учетом (18) для критериальной функции имеем выражение:

$$J_1(t) = \sum_{i=1}^{n}\int_{t_0}^{t} \gamma_i\beta_i^2 I_1^2(\tau)d\tau + \sum_{\nu=0}^{m}\int_{t_0}^{t} \xi_i s_\nu^2 I_1^2(\tau)d\tau\,. \qquad (19)$$

Отсюда видно, что если

$$\gamma_i < 0, \quad \xi_i < 0, \quad i = \overline{1,n}, \quad \nu = \overline{0,m}, \tag{20}$$

то будет выполняться критериальное условие (9).

Пусть найден вектор–параметр $q^* = [q_1^*, q_2^*, \dots, q_\mu^*] = [\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_n^*, \eta_0^*, \eta_1^*, \dots, \eta_m^*]$, элементы которого являются установившимися решениями системы уравнений (18):

$$\lim_{t\to\infty} \alpha_i(t) = \alpha_i^*, \quad i = \overline{1,n},$$

$$\lim_{t\to\infty} \eta_\nu(t) = \eta_\nu^*, \quad i = \overline{0,m}. \tag{21}$$

Тогда в силу сформулированной выше теоремы вектор q^* обеспечивает минимум штрафной функции $I_1 = I_1(q)$, и поэтому его компоненты можно принять в качестве оценки параметров разностного уравнения (3). Далее используя соотношения (4) находим искомые параметры исходного уравнения объекта (1), составляющие вектор-параметр $p^* = [p_1^*, p_2^*, \dots, p_\mu^*] = [a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*, b_0^*, b_1^*, \dots, b_m^*]$.

Предложенный алгоритм параметрической идентификации включает следующие основные этапы:

1. Проведение эксперимента и получение временных рядов (2) входа и выхода объекта в дискретные моменты времени $t_k = k\Delta t$.
2. Задание структуры модели (1), т.е. порядков n и m соответствующих дифференциальных операторов.
3. Составление разностного уравнения (3) на основе исходной модели объекта (1) и определение соотношений (4).
4. Запись выражений для ошибок идентификации $e(k)$ и штрафной функции $I_1(q)$ соответственно по формулам (12) и (13).
5. Формирование уравнений самонастройки параметров (18).
6. Решение системы уравнений (18) и определение вектор – параметра
$$q^* = [q_1^*, q_2^*, \dots, q_\mu^*] = [\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_n^*, \eta_0^*, \eta_1^*, \dots, \eta_m^*].$$
7. Определение искомого вектор - параметра модели объекта (1)

$$p^* = [p_1^*, p_2^*, \dots, p_\mu^*] = [a_1^*, a_2^*, \dots, a_n^*, b_0^*, b_1^*, \dots, b_m^*]$$

используя функциональные зависимости (4).

Заключение. Таким образом, критериальное условие (9) позволяет построить алгоритмы параметрической идентификации объектов, ориентированных для синтеза регуляторов систем управления техническими системами. Предложенный алгоритм естественным образом можно обобщить на случай идентификации моделей управляемых систем, описываемых передаточными и импульсными переходными функциями.

Список источников

1. Методы классической и современной теории автоматического управления. В 5-ти томах. Т2: Статическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под ред. Пупкова К.А, Егупова Н.Д. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. -646с.
2. Дилигенская А.Н. Идентификация объектов управления. Учеб.пособие. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т., 2009.– 136 с.
3. Сейдж Э.П., Мелс Дж.Л. Идентификация систем управления. – М.: Наука, 1974. -248с.
4. Солодовников В.В., Дмитриев А.Н., Егупов Н.Д. Спектральные методы расчета и проектирования систем управления. – М.: Машиностроение, 1986. – 440 с.
5. Оморов Т.Т., Курманалиева Р.Н., Осмонова Р.Ч. К проблеме идентификации модели управляемой системы по экспериментальным данным // URL: Universum: технические науки. - М.: 2015, №6.

PARAMETRICAL IDENTIFICATION OF LINEAR MODEL OF THE OPERATED SYSTEM IN SHAPE "ENTRANCE-THE EXIT"

Summary: The linear stationary object of management which model is set by the linear differential or differential equation to within unknown parameters is considered. It is considered that on the basis of experiment data "entrance exit" are obtained. The task consists in identification of the parameters of the set equation